

Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2012

4. Übungsblatt

Aufgabe 1: Teile-und-Herrsche

Seien u und v zwei ganze Zahlen mit 2^n Dezimalstellen, die multipliziert werden sollen. Eine Methode $mult(u, v)$, um die beiden Zahlen unter Verwendung des Teile-und-Herrsche-Prinzips zu multiplizieren, geht wie folgt vor:

Die Operanden werden jeweils in zwei gleich lange Teile zerlegt:

$$s = 2^{n-1}$$

$$u = 10^s * w + x, \text{ wobei } 0 \leq w < 10^s \text{ und } 0 \leq x < 10^s$$

$$v = 10^s * y + z, \text{ wobei } 0 \leq y < 10^s \text{ und } 0 \leq z < 10^s$$

Damit gilt:

$$u * v = 10^{2s} * w * y + 10^s * w * z + 10^s * y * x + x * z$$

So reduziert sich das Problem auf die Multiplikation kleinerer Zahlen, da w, x, y, z jeweils s Dezimalstellen haben. Die Multiplikation wird durchgeführt, wenn jeder Teil eine einstellige Zahl ist. Die Multiplikation mit einer Zehnerpotenz ergibt sich durch Hinzufügen von entsprechen vielen Nullen am Ende.

- Berechnen Sie nachvollziehbar $58 * 32$ nach dieser Methode. (3 Punkte)
- Zeichnen Sie den Aufrufbaum des Aufrufs $mult(3125, 4271)$. (3 Punkte)

Aufgabe 2: Backtracking

Während eines Einbruchs findet der Einbrecher Bob mehr Beute als erwartet vor:

Gegenstand	Gewicht	Wert
1	6	30
2	3	14
3	4	16
4	2	9

Aus schmerzlicher Erfahrung eines früheren Einbruchs, weiß Bob, dass sein Rucksack nur bis 10 kg rissfest ist. Der Einbrecher erinnert sich an die AuD-Vorlesung seines abgebrochenen Studiums und versucht nun möglichst schnell eine **optimale** Lösung (Gewinnmaximierung) zu finden.

Ein erster Ansatz ist die Rekursion unter Verwendung von Backtracking. Prinzipiell ist für jeden Gegenstand nur eine binäre Entscheidung notwendig d.h. ein Gegenstand wird mitgenommen oder wird nicht mitgenommen (unter Berücksichtigung des zulässigen Maximalgewichts). Für beide Möglichkeiten wird nun rekursiv die optimale Wahl der restlichen Gegenstände getroffen und anhand der Ergebnisse kann die eigentliche Wahl des aktuell betrachteten Gegenstandes getroffen werden.

Gehen Sie in dieser und der nachfolgenden Aufgabe davon aus, dass jeder Gegenstand einmalig ist.

- a) Implementieren Sie eine rekursive Methode, welche mittels Backtracking den optimalen Gesamtwert ermittelt. Weiter soll Ihre Implementierung auch eine konkrete Auswahl der mitzunehmenden Gegenstände liefern. (8 Punkte)
- b) Treffen Sie eine kurze Aussage zur Laufzeit Ihrer Implementierung in O -Notation. (1 Punkt)

Aufgabe 3: Dynamisches Programmieren

Das Problem des rekursiven Ansatzes besteht darin, dass bereits berechnete Teillösungen unter Umständen mehrfach berechnet werden.

- a) Implementieren Sie eine Methode, welche mittels der dynamischen Programmierung bereits berechnete Teillösungen wiederverwendet und den optimalen Gesamtwert ermittelt. Weiter soll Ihre Implementierung auch eine konkrete Auswahl der mitzunehmenden Gegenstände liefern. (8 Punkte)
- b) Treffen Sie eine kurze Aussage zur Laufzeit Ihrer Implementierung in O -Notation. (1 Punkt)

Beachten Sie die Hinweise auf dem ersten Übungsblatt.

Abgabetermin: Donnerstag, den 3. Mai bis 10 Uhr im Institut für Informationssysteme, 2. OG im Informatik-Neubau (Raum 2.071, Küche neben Sekretariat)