

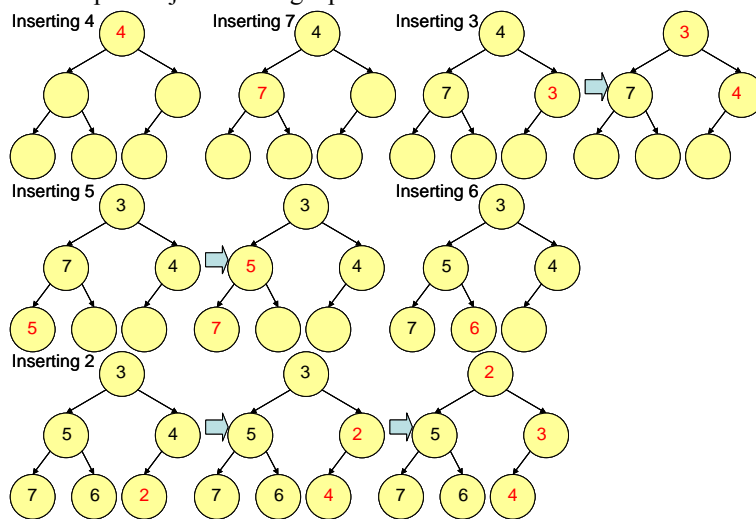
Aufgabe 1:

Der komplette Binärbaum kann in einem Feld folgendermaßen abgelegt werden: [2, 4, 10, 11, 8, 20].
Die Positionen des Elternknotens und des linken und rechten Kindes kann folgendermaßen ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \text{parent}(i) &= \lfloor (i-1) / 2 \rfloor \\ \text{left_child}(i) &= 2*i+1 \\ \text{right_child}(i) &= 2*i+2 \end{aligned}$$

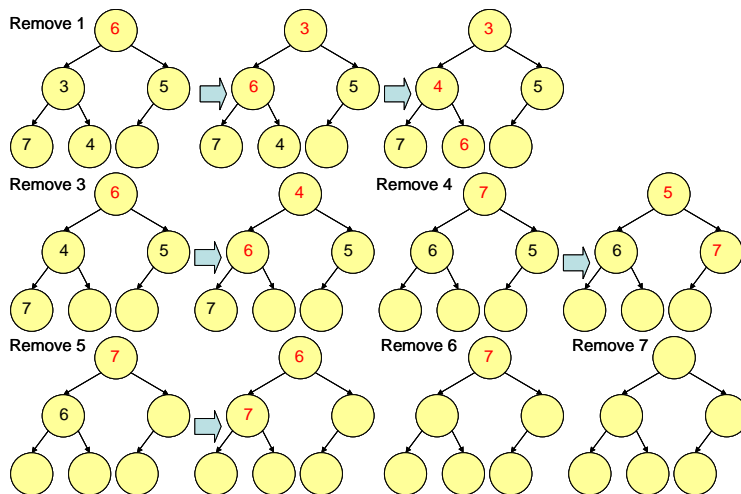
Aufgabe 2:

Der Heap nach jeder Einfügeoperation:



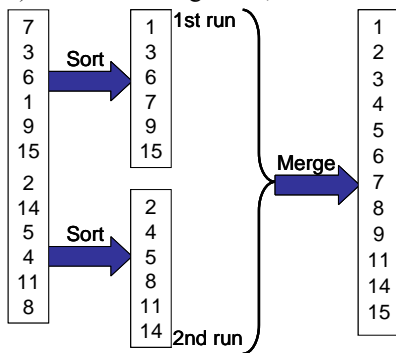
Aufgabe 3:

Der Heap nach jedem Löschen:

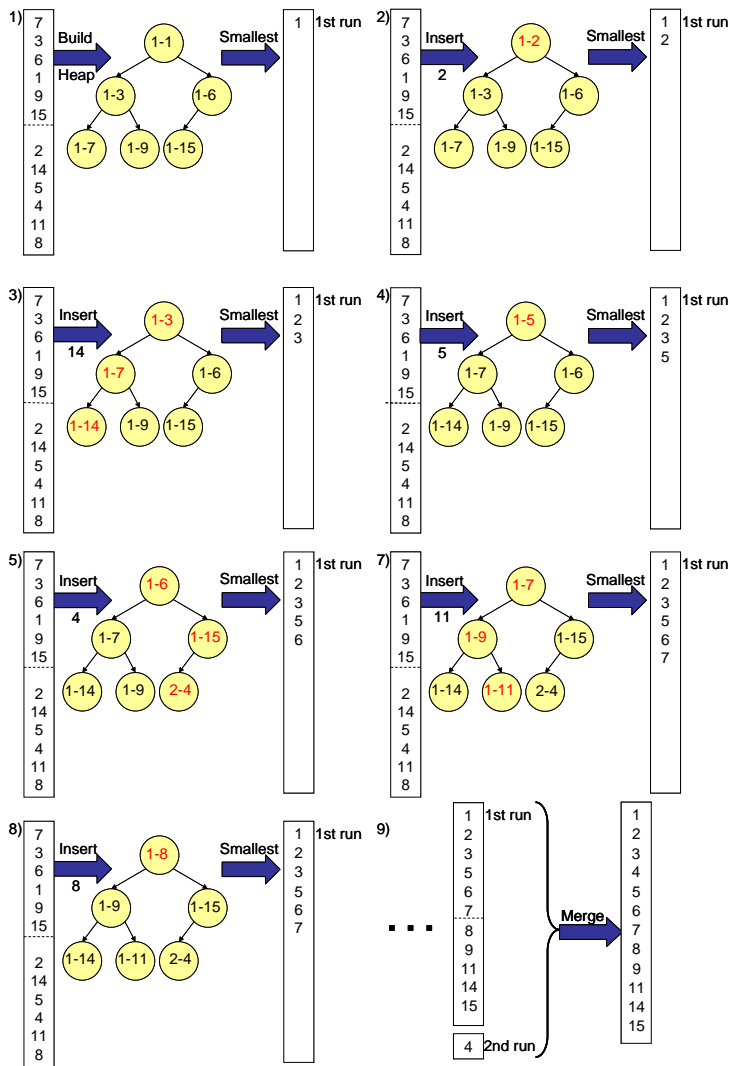


Aufgabe 4:

a) Externem Merge Sort, wobei 6 Elemente im Hauptspeicher sortiert werden können:

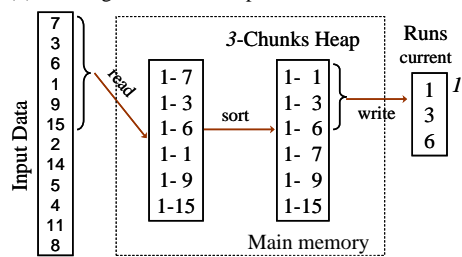


b) Replacement Selection mit Verwendung eines Heaps der Größe 6:

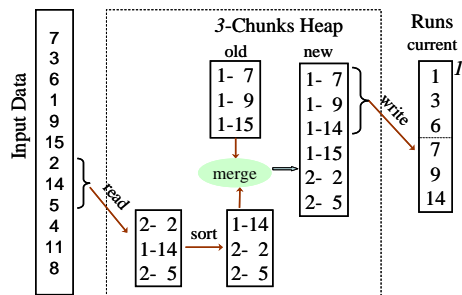


c) Externem Chunks Merge Sort bei Verwendung eines 3-Chunks Heap und 6 Elemente passen in den Hauptspeicher:

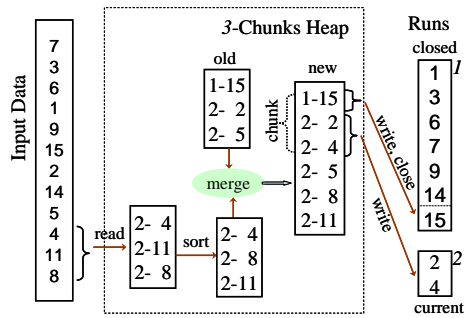
(1) Creating a 3-chunks heap



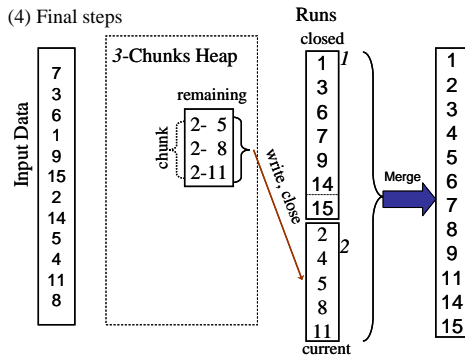
(2) Reading a chunk to heap



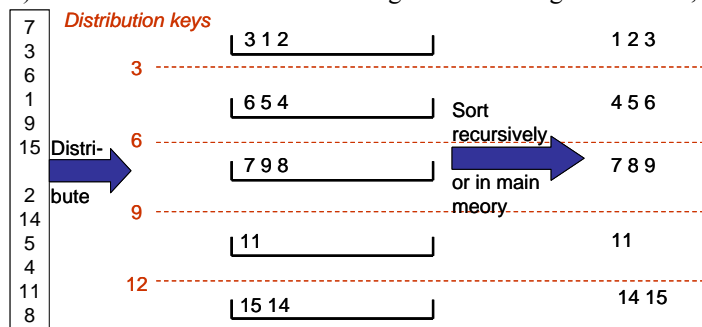
(3) Reading a chunk to heap



(4) Final steps



d) Distribution Sort bei Verwendung der Verteilungsschlüssel 3, 6, 9 und 12:



Aufgabe 5:

Jeder der $n!$ Permutationen müssen als Blattknoten im Entscheidungsbaum auftauchen. Der Entscheidungsbaum ist offensichtlich ein Binärbaum. Da jeder Binärbaum 2^h Blattknoten besitzt, wobei h die Höhe des Binärbaumes repräsentiert, gilt $n! \leq 2^h \Leftrightarrow h \geq \log_2(n!)$, da \log_2 monoton steigend ist.

$$\begin{aligned}
 h \geq \log_2(n!) &> \log_2(n/e)^n && | \text{Approximation von Stirling} \\
 &= n \cdot \log_2(n/e) = n \cdot (\log_2(n) - \log_2(e)) \\
 &\in \Omega(n \cdot \log(n))
 \end{aligned}$$

Für weitere Informationen, siehe [1].

[1] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson and Ronald L. Rivest, Introduction to Algorithms, MIT Press, 1990.