Grundlagen der Programmierung (Vorlesung 19)

Ralf Möller, FH-Wedel

- Vorige Vorlesung
  - Elementare Sortieralgorithmen und deren Analyse
- Heute
  - Quicksort als höheres Sortierverfahren
- Lernziele
  - Grundlagen der Analyse von Algorithmen

Sortierung von Reihungen

- Sortierproblem - Definition:
  - Gegeben sei eine Reihung a der Form array [1..n] of M und eine totale Ordnung $\leq$ definiert auf M.
  - Annahme: Es seien alle a[i] verschieden
  - Gesucht in eine Reihung b : array [1..n] of M, so daß gilt: $\forall\ 1 \leq i < n\ .\ (b[i] \leq b[i+1] \wedge \exists\ j \in \{1, \ldots, n\}\ .\ (a[j] = b[i]))$

Vergleich elementarer Sortierverfahren

- Anzahl der Vergleiche:

Verfahren	**Best Case**	**Average Case**	**Worst Case**
SelectionSort	$N^2/2$	$N^2/2$	$N^2/2$
InsertionSort	N	$N^2/4$	$N^2/2$
BubbleSort	$N^2/2$	$N^2/2$	$N^2/2$

- Anzahl der Bewegungen:

Verfahren	**Best Case**	**Average Case**	**Worst Case**
SelectionSort	$3(N-1)$	$3(N-1)$	$3(N-1)$
InsertionSort	$2(N-1)$	$N^2/4$	$N^2/2$
BubbleSort	0	$3N^2/4$	$3N^2/2$

Folgerungen

BubbleSort: ineffizient, da immer $N^2/2$ Vergleiche

InsertionSort: gut für fast sortierte Folgen

SelectionSort: gut für große Datensätze aufgrund konstanter Zahl der Bewegungen, jedoch stets $N^2/2$ Vergleiche

Fazit: InsertionSort und SelectionSort sollten nur für $N \leq 50$ eingesetzt werden.

Höhere Sortierverfahren: Quicksort

QuickSort wurde 1962 von C.A.R. Hoare entwickelt.

Prinzip: Das Prinzip folgt dem Divide-and-Conquer-Ansatz:

Gegeben sei eine Folge F von Schlüsselelementen.

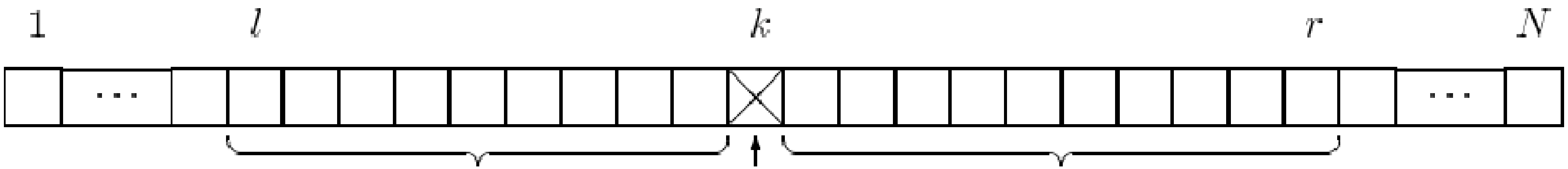
1. Zerlege F bzgl. eines partitionierenden Elementes (engl.: *pivot* = Drehpunkt) $p \in F$ in zwei Teilfolgen F_1 und F_2, so daß gilt:

$$\begin{aligned} x_1 \leq p & \qquad \forall\, x_1 \in F_1 \\ p \leq x_2 & \qquad \forall\, x_2 \in F_2 \end{aligned}$$

2. Wende dasselbe Schema auf jede der so erzeugten Teilfolgen F_1 und F_2 an, bis diese nur noch höchstens ein Element enthalten.

Quicksort: Kernidee

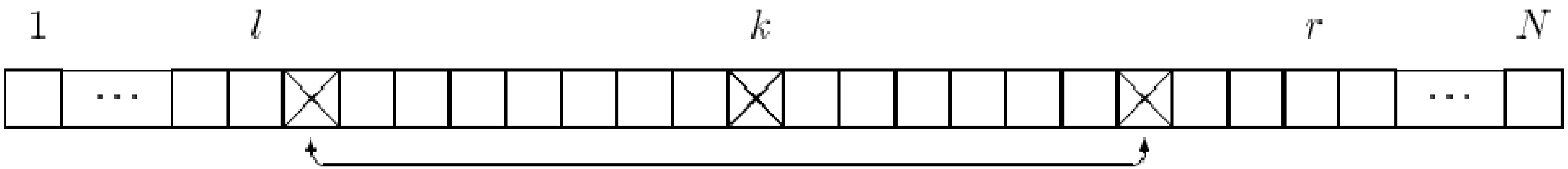
- **Ziel:** Zerlegung (Partitionierung) des Arrays $a[l..r]$ bzgl. eines Pivot-Elementes p in zwei Teilarrays $a[l..k-1]$ und $a[k+1..r]$



so daß gilt:

$$\forall\, i \in \{l, \ldots, k \quad\} : \quad a[i] \leq a[k]$$
$$\forall\, j \in \{k+1, \ldots, r\} : \quad a[k] \leq a[j]$$

- **Methode:** Austausch von Schlüsseln zwischen beiden Teilarrays



- **Rekursion:** linkes Teilarray $a[l..k-1]$ und rechtes Teilarray $a[k+1..r]$ bearbeiten

Quicksort

```
procedure quicksort(l, r : N0)
begin
    var k : N0;
    if l < r
      then  k := partition(l, r);
            quicksort(l, k-1);
            quicksort(k+1, r);
    end if
end
```

Partition

```
function partition(l, r : N0) : N0
begin
   var i, j, p : N0;
   i, j, p := l-1, r, a[r];  (* Wähle Pivot-Wert *)
   repeat
      durchsuche Array von links (i:=i+1), solange bis a[i] >= p;
      durchsuche Array von rechts (j:=j-1), solange bis a[j] <= p;
      vertausche a[i] und a[j];
   until j <= i (* Zeiger kreuzen *)
   rückvertausche a[i] und a[j];
   vertausche a[i] und a[r]; (* positioniere Pivot-Element *)
   i; (* endgültige Position des Pivot-Elements *)
end
```

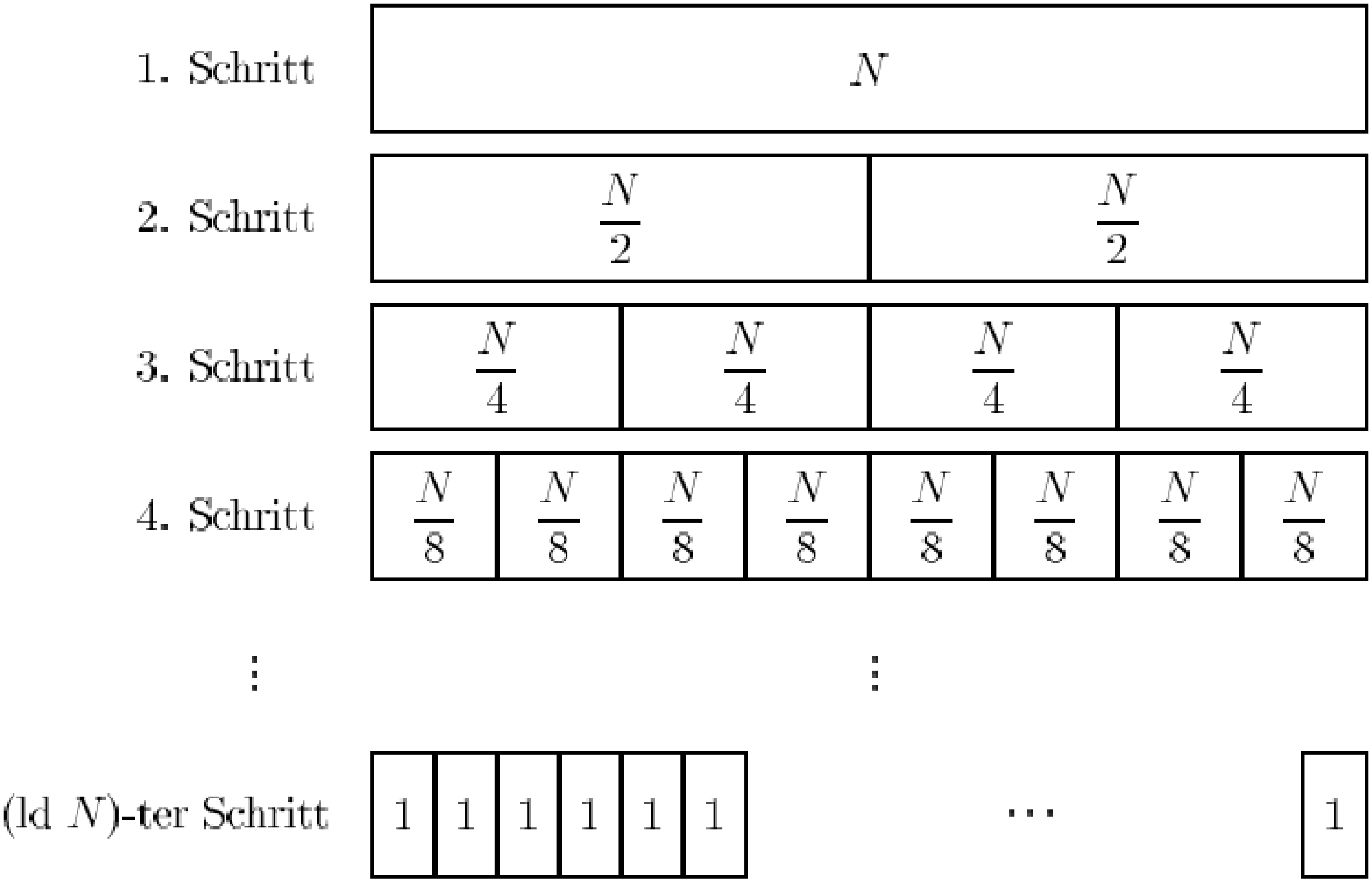
Partition (2)

```
function partition(l, r : N0) : N0
begin
   var i, j, p : N0;
   i, j, p := l-1, r, a[r];  (* Wähle Pivot-Wert *)
   repeat
      repeat i:=i+1 until a[i] >= p;
      repeat j:=j-1 until a[j] <= p;
      a[i], a[j] := a[j], a[i];
    until j <= i (* Zeiger kreuzen *)
    a[j], a[i] := a[i], a[j];
    a[i], a[r] := a[r], a[i];
    i; (* endgültige Position des Pivot-Elements *)
end
```

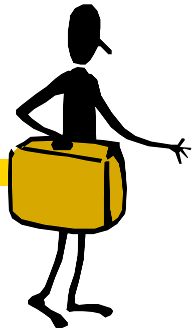
Partition (3)

- Wahl des Pivot-Wertes im Prinzip willkürlich
- Korrektheit des hier besprochenen Algorithmus ist von der Wahl a[r] abhängig

Komplexitätsabschätzung



Zusammenfassung, Kernpunkte



- Einfache Sortierverfahren
  - Sortieren durch Auswahl
  - Sortieren durch Einfügen
  - Sortieren durch paarweises Vertauschen (Bubblesort)
- Höhere Sortierverfahren
  - Quicksort
- Komplexitätsabschätzung
  - n^2 vs. $n \log n$
  - Teile-und-herrsche-Prinzip

Was kommt beim nächsten Mal?

- Abstrakte Maschinen für spezielle Aufgaben
- Automatentheorie und Formale Sprachen